



Задание 13

Уравнения. Системы уравнений.

Логарифмические и показательные уравнения

1. а) Решите уравнение $1 + \log_2(9x^2 + 5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; \frac{8}{9}]$

2. а) Решите уравнение $9^{x-\frac{1}{2}} - 8 \cdot 3^{x-1} + 5 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $(1; \frac{7}{3})$

3. а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1} + 4^{x^2-2x} = 20$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

Тригонометрические уравнения

1. а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \sin x = \cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5\pi, -4\pi]$.

2. а) Решите уравнение: $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \sqrt{2} \sin x$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5\pi; -4\pi]$.

3. а) Решите уравнение: $2 \sin^4 x + 3 \cos 2x + 1 = 0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 3\pi]$

4. Решите уравнение: $\sqrt{\sin x \cos x} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} 2x} + 1 \right) = 0$.

5. Решите уравнение: $(2 \cos x + 1)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$.

6. Решите уравнение: $(2 \sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$.

7. а) Решите уравнение $\cos 2x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащего промежутку $[-2\pi; -\pi]$.

8. а) Решите уравнение $2\sqrt{3}\cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin 2x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

9. а) Решите уравнение $\cos^2 x - \frac{1}{2}\sin 2x + \cos x = \sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

10. а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

11. Решите уравнение: $\sqrt{\cos^2 x - \sin^2 x}(\operatorname{tg} 2x - 1) = 0$.

12. а) Решите уравнение $\log_3(\sin 2x + \cos(\pi - x) + 9) = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

13. а) Решите уравнение $\frac{\cos 2x + \sqrt{2}\cos x + 1}{\operatorname{tg} x - 1} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sin^2 x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

15. а) Решите уравнение $2\sin\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)\sin x = \cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

16. а) Решите уравнение $\cos 2x + 3\sin x - 2 = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

$$\frac{2 \sin^2 x - \sin x}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0.$$

17.а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

$$\frac{2 \sin^2 x - \sin x}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0.$$

18. а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$.

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \sin x.$$

19. а) Решите уравнение

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$.

$$\sin x + \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right) \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}\right) = 0.$$

20. а) Решите уравнение

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$.

$$\cos x = \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right)^2 - 1.$$

21.а) Решите уравнение

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$.

$$\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right).$$

22. а) Решите уравнение

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$.

$$\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \cos 2x.$$

23. а) Решите уравнение

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$.

$$\sqrt{2} \sin^2 \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) = -\cos x.$$

24. а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}, -\pi \right]$.

$$\frac{2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x}{2 \cos x + 1} = 0$$

25. а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$.

$$\cos 2x = 1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right).$$

26. а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}, -\pi \right]$.

27. 3 Решите уравнение $\sqrt{9 - x^2} \cos x = 0$.

28 Решите уравнение $|\cos x + \sin x| = \sqrt{2} \sin 2x$.

29. Решите уравнение $\left(\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \sqrt{3x^2 - 7x + 4} = 0$.

Тригонометрические уравнения, исследование ОДЗ

$$\frac{5 \cos x + 4}{4 \operatorname{tg} x - 3} = 0.$$

1. а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi, -\frac{5\pi}{2} \right]$.

$$\frac{2 \sin^2 x - 5 \sin x - 3}{\sqrt{x + \frac{\pi}{6}}} = 0.$$

2. Решите уравнение:

3. Решите уравнение: $\frac{4\cos^2 x + 8\sin x - 7}{\sqrt{-\operatorname{tg} x}} = 0.$

4. Решите уравнение $\frac{(\sin x - 1)(2\cos x + 1)}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0.$

5. Решите уравнение: $(\cos x - 1)(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})\sqrt{\cos x} = 0.$

6. Решите уравнение $\frac{\sin 2x + 2\sin^2 x}{\sqrt{-\cos x}} = 0.$

7. Решите уравнение $\frac{\sin 2x - 2\cos^2 x}{\sqrt{\sin x}} = 0.$

8. Решите уравнение $(\sin 2x - \sin x)(\sqrt{2} + \sqrt{-2\operatorname{ctg} x}) = 0.$

9. Решите уравнение $(\sin 2x + \cos x)(\sqrt{3} + \sqrt{3\operatorname{tg} x}) = 0.$

10. Решите уравнение: $\frac{2\sin^2 x + 3\cos x}{2\sin x - \sqrt{3}} = 0.$

11. Решите уравнение $\frac{2\cos^2 x - 5\sin x + 1}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0.$

12. а) Решите уравнение $\frac{\cos 2x + \sqrt{3}\sin x - 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right].$

13. а) Решите уравнение $(\sqrt{2}\sin^2 x + \cos x - \sqrt{2})\sqrt{-6\sin x} = 0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right].$

14. Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x + 2\sin x \cos 2x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0.$

15. Решите уравнение $\frac{2\cos^2 x - 2\cos x \cos 2x - 1}{\sqrt{\sin x}} = 0$.

16. Решите уравнение $\frac{6\cos^2 x - \cos x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0$.

17. Решите уравнение $\frac{4\cos 2x - 9\sin x - 4}{\sqrt{-\cos x}} = 0$.

18. Решите уравнение $\frac{\cos 2x + \sin x}{\sqrt{\sin(x - \frac{\pi}{4})}} = 0$.

19. Решите уравнение $(2\cos^2 x - \cos x) \cdot \sqrt{-11\operatorname{tg} x} = 0$.

20. Решите уравнение $(6\sin^2 x + 5\sin x - 4) \cdot \sqrt{-7\cos x} = 0$.

21. Решите уравнение $(2\sin x + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{\cos x} = 0$.

22. Решите уравнение $(2\cos^2 x - 5\cos x + 2) \cdot \log_{11}(-\sin x) = 0$.

Уравнения смешанного типа

1. а) Решите уравнение $15^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot 5^{\sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[5\pi, \frac{13\pi}{2}\right]$.

2. а) Решите уравнение $(49^{\cos x})^{\sin x} = 7^{\sqrt{2}\cos x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}, 4\pi\right]$.

3. а) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - 1)\sqrt{13 \cos x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

4. а) Решите уравнение $(2 \cos^2 x + \sin x - 2) \sqrt{5 \operatorname{tg} x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

5. а) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - 3)\sqrt{11 \cos x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

6. а) Решите уравнение $10^{\sin x} = 2^{\sin x} \cdot 5^{-\cos x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}, -\pi\right]$.

7. а) Решите уравнение $(27^{\cos x})^{\sin x} = 3^{\frac{3 \cos x}{2}}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi, \frac{\pi}{2}\right]$.

8.а) Решите уравнение $(25^{\cos x})^{\sin x} = 5^{\cos x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}, -\pi\right]$.

9. а) Решите уравнение $9^{\sin x} + 9^{-\sin x} = \frac{10}{3}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -2\pi\right]$.

10. а) Решите уравнение

$$4^{\sin x} + 4^{-\sin x} = \frac{5}{2}$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

11. а) Решите уравнение $\left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x} + \left(\frac{5}{2}\right)^{\cos x} = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi, -\frac{3\pi}{2}\right]$.

12. а) Решите уравнение

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{\cos x} + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\cos x} - 4 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[4\pi, 7\pi]$.

13. а) Решите уравнение $\left(\frac{1}{81}\right)^{\cos x} = 9^{2\sin 2x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi, -2\pi]$.

14. а) Решите уравнение $\log_2(\cos x + \sin 2x + 8) = 3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}, 3\pi\right]$.

15. а) Решите уравнение $\left(\frac{4}{5}\right)^{\sin x} + \left(\frac{5}{4}\right)^{\sin x} = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi, \frac{7\pi}{2}\right]$.